

4. Teoria e Normativa

In questa sezione del Manuale Utente vengono presentate in breve le nozioni teoriche sulle quali si basa il programma.

Gli argomenti trattati sono i seguenti:

1. calcolo delle traiettorie delle particelle idriche in presenza di pozzi emungenti o disperdenti;
2. andamento delle traiettorie delle particelle dell'inquinante.

4.1 Simulazione di un flusso idrico in due dimensioni.

Nell'ipotesi di un acquifero omogeneo, illimitato e confinato è possibile fornire una soluzione analitica alle equazioni differenziali che descrivono il moto di un fluido in un mezzo poroso. In pratica tale soluzione consente di descrivere il moto di una singola particella, che può essere d'acqua, ma anche eventualmente di un altro fluido, soggetta all'influenza di pozzi emungenti o disperdenti in un piano XY.

Si parte dall'ipotesi che il moto della particella inizialmente non sia disturbato e che essa si sposti lungo la direzione iniziale di flusso (asse X) con una velocità costante. Nel caso di particelle d'acqua tale velocità può essere valutata attraverso il prodotto

$$v = \frac{ki}{p_e}$$

dove k è la permeabilità dell'acquifero, i è il gradiente idraulico e p_e la porosità efficace del mezzo. La velocità nella direzione perpendicolare (asse Y) a quella di flusso viene posta inizialmente uguale a zero.

Nel momento in cui la particella entra nel raggio d'influenza dei pozzi presenti nell'area le componenti della velocità lungo gli assi X e Y si modificano come segue (Bear & Verruijt, 1987):

PROGRAM GEO - ADGeo ver.1 per Windows

$$v_x = v_{0x} + \sum_{i=1}^n \left[\frac{Q_i}{4naH} \left(\frac{N_x}{D_1} + \frac{N_x}{D_2} \right) \right]$$
$$v_y = \sum_{i=1}^n \left[\frac{Q_i}{4naH} \left(\frac{N_{y1}}{D_1} + \frac{N_{y2}}{D_2} \right) \right]$$

dove: n = numero dei pozzi;
Q_i = portata del pozzo i-esimo, presa con il segno – se il pozzo è emungente, con il segno + se è iniettante;
a = larghezza dell'area (lungo l'asse Y);
H = spessore dell'acquifero;
v_{0x} = velocità iniziale della particella lungo l'asse X;
N_x = $\sinh[\pi(x - x_i) / a]$;
sinh = seno iperbolico;
x = ascissa della particella;
x_i = ascissa del pozzo i-esimo;
D₁ = $\cosh[\pi(x - x_i) / a] - \cos[\pi(y - y_i) / a]$;
cosh = coseno iperbolico;
y = ordinata della particella;
y_i = ordinata del pozzo i-esimo;
D₂ = $\cosh[\pi(x - x_i) / a] - \cos[\pi(y + y_i) / a]$;
N_{y1} = $\sin[\pi(y - y_i) / a]$;
N_{y2} = $\sin[\pi(y + y_i) / a]$;

4.2 Calcolo delle traiettorie delle particelle dell'inquinante.

L'effetto della somma dei fenomeni di dispersione e di adsorbimento dell'inquinante nel mezzo poroso può essere introdotto nel calcolo attraverso una procedura numerica detta del *cammino casuale* (random walk) (Feller, 1966).

In pratica si divide la durata complessiva della simulazione in una serie di passi temporali di uguale lunghezza e si suppone che la posizione nel piano XY della particella inquinante, in un dato istante, sia fornita dalla somma di due componenti, una deterministica e una probabilistica. La prima è data da:

PROGRAM GEO - ADGeo ver.1 per Windows

$$a_x = \frac{v_x \Delta t}{R}, \quad a_y = \frac{v_y \Delta t}{R}$$

dove v_x e v_y sono le velocità del fluido ricavate con le relazioni di Bear e Verruijt (1987) e R è il *fattore di ritardo*, che viene introdotto per tener conto del fenomeno dell'adsorbimento. Il parametro R può assumere solo valori maggiori o uguali a 1 e comporta, di fatto, un rallentamento nel moto della particella inquinante. Porre R uguale a 1 significa, quindi, trascurare l'effetto dell'adsorbimento.

La seconda componente del moto viene introdotta per tenere in considerazione l'effetto della dispersione dell'inquinante. Si ipotizza che tale fenomeno porti la particella a collocarsi in maniera random, secondo una funzione di distribuzione della probabilità di tipo gaussiano, in una posizione compresa fra i due seguenti limiti:

$$b_x = \pm \sqrt{6a_l a_x R} \quad \text{e} \quad b_y = \pm \sqrt{6a_l a_y R}$$

dove a_l e a_t sono, rispettivamente, i coefficienti di dispersività longitudinale e trasversale. Essendo il moto solo nel piano XY la dispersività verticale viene trascurata.